

آموزش به دست آوردن توزیع

دما قطاع استوانه ای در متلب

کشاورز

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ماورد

فهرست

- 1.....مقدمه
- 2..... روش حل
- 3..... طرح مسئله
- 4..... حل مسئله
- 7..... حل دستگاه چند معادله و چند مجهول در متلب
- 9..... حل معادلات مسئله
- 10..... رسم کانتور دما
- 12..... آزمون صحت محاسبات انجام شد

مهندس
حسین کشاورز

مقدمه

برای بررسی هدایت دائمی دو بعدی در اجسام می توان از دو روش بهره گرفت

1- روش های دقیق (تحلیلی):

روش های دقیق برای شرایط ایده آلی بدست می آیند. در این روش ها، با حل ریاضی معادله پخش حرارتی سروکار داریم. برای حل معادله پخش حرارتی روش های گوناگون وجود دارد، ولی این حل ها شامل سری ها و توابع پیچیده ریاضی اند و آنها را فقط برای بعضی شکل های ساده هندسی و شرایط مرزی ساده می توان بدست آورد. با این وجود، این حل ها خیلی با ارزشند، زیرا متغیر وابسته T به صورت تابع پیوسته ای از متغیرهای مستقل (x, y) تعیین می شود. با استفاده از این تابع می توان دما را در هر نقطه محیط محاسبه کرد.

2- روش های تقریبی (ترسیمی ، عددی):

برخلاف روش های تحلیلی ، که نتایج دقیق را در هر نقطه می دهند، روش های ترسیمی و عددی فقط می توانند نتایج تقریبی را در نقاط مجزا بدهند . چون از این روشها برای شکل های هندسی و شرایط مرزی پیچیده نیز می توان استفاده کرد ، اغلب به عنوان تنها روش حل مسائل رسانش چند بعدی به کار می روند. این روش اساس کار نرم افزار های همچون انسیس-فلوئنت است.

اما در پاره ای از مسائل نمی توان از حل تحلیلی استفاده نمود لذا از حل عددی برای بدست آوردن توضیح دما استفاده می کنند

در این پروژه سعی شده با استفاده از حل عددی توضیح دمای داخل قطاع استوانه ای تخمین زده شود

روش حل:

الف) ابتدا قطاع كروي را به دلخواه شبکه بندی می کنیم ، هر چه تعداد گره ها در تقسیم بندی بیشتر باشد تعداد معادلاتی که باید با استفاده از روش عددی به دست آورد بیشتر و در نتیجه جواب های به دست آمده به مقدار واقعی نزدیک تر خواهند بود

ب) با استفاده از شبکه بندی انجام شده حجم کنترل مناسب را برای هر گره انتخاب کرده معادلات بقای انرژی را برای آن حجم کنترل می نویسیم

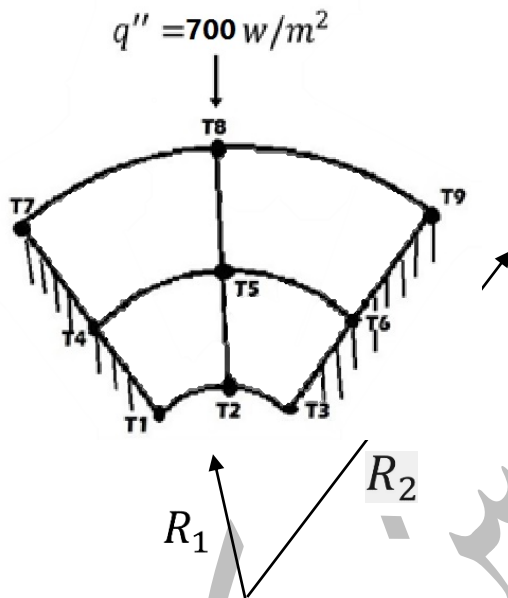
ج) با نوشتن معادلات حجم کنترل دستگاه n معادله و n مجهول به دست می آید

د) با حل این دستگاه که مجهولات آن دمای هر گره است تو ضیع دمای قطاع به دست می آید برای حل این دستگاه می توان از برنامه نویسی کامپیوتری بهره گرفت.

طرح مسئله :

قطاع استوانه ای مطابق شکل ر به روست شار $q_2=700(W/m^2)$ از بالا به آن وارد می شود و پایین آن تحت اثر انتقال حرارت جابجایی با $h=20(W/m^2.k)$ و $T_\infty = 27^\circ C$ قرار دارد دو طرف قطاع نیز عایق است

توضیح دما را به دست آورید



$$R1=1.0m$$

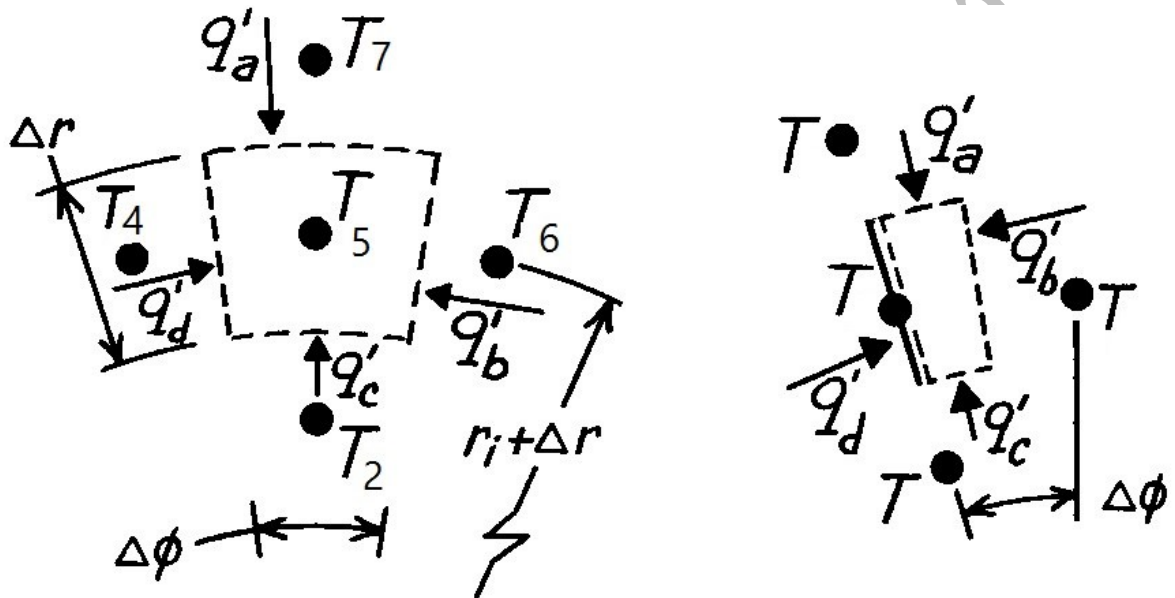
$$R2=2.0m$$

$$K=0.72(W/m.k)$$

حل:

ابتدا قطاع را در جهت r به 2 قسمت و در جهت θ نیز به 2 قسمت تقسیم می کنیم

حجم کنترلی مطابق شکل انتخاب می کنیم، طول آن را $\Delta r = \frac{r_2}{2}$ و زاویه متناظر آن را $\Delta\theta = \frac{\theta}{2}$ در نظر می گیریم



با نوشتن معادلات برای هر گره و جایگذاری مقادیر داده شده در مسئله داریم:

کشاورز

$$p^{\circ} \textcircled{1}: h r_1 \frac{\Delta \varphi}{\gamma} (T_{\infty} - T_1) + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{(T_1 - T_1)}{\gamma \Delta \varphi} + k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta r} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{2}: h r_1 \cdot \Delta \varphi (T_{\infty} - T_1) + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \cdot \frac{(T_1 - T_1)}{\gamma_1 \Delta \varphi} + k \Delta \varphi \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta r} + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \cdot \frac{(T_1 - T_1)}{\Delta \varphi \times r_1} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{3}: h \left(r_1 \times \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \right) (T_{\infty} - T_1) + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \cdot \frac{(T_1 - T_1)}{\gamma_1 \Delta \varphi} + k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta r} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{4}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta r} + k(\Delta r) \cdot \frac{(T_2 - T_2)}{\Delta \varphi (r_1 + \Delta r)} + k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_3 - T_2)}{\Delta r} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{5}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \Delta \varphi \cdot \frac{(T_2 - T_2)}{\Delta r} + k(\Delta r) \frac{(T_2 - T_2)}{\Delta \varphi (r_1 + \Delta r)} + k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_3 - T_2)}{\Delta r} + k(\Delta r) \frac{(T_2 - T_2)}{\Delta \varphi (r_1 + \Delta r)} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{6}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_2 - T_3)}{\Delta r} + k(\Delta r) \frac{(T_3 - T_3)}{\Delta \varphi (r_1 + \Delta r)} + k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_4 - T_3)}{\Delta r} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{7}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{\Delta r} + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \cdot \frac{(T_4 - T_4)}{\gamma \Delta \varphi} + q'' \left(r_1 \times \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \right) = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{8}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{(T_3 - T_4)}{\Delta r} + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \cdot \frac{(T_4 - T_4)}{\gamma \Delta \varphi} + q'' (r_1 \times \Delta \varphi) + k \left(\frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{(T_4 - T_4)}{\gamma \Delta \varphi} = 0$$

$$p^{\circ} \textcircled{9}: k \left(r_1 + \frac{\Delta r}{\gamma} \right) \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \cdot \frac{(T_4 - T_5)}{\Delta r} + k \frac{\Delta r}{\gamma} \cdot \frac{(T_5 - T_5)}{\gamma \Delta \varphi} + q'' \left(r_1 \times \frac{\Delta \varphi}{\gamma} \right) = 0$$

$$'2.62 * (300 - t_1) + .6876 * (t_2 - t_1) + .236 * (t_4 - t_1) = 0'$$

$$'5.234 * (300 - t_2) + .6876 * (t_3 - t_2) + .4712 * (t_5 - t_2) + .6876 * (t_1 - t_2) = 0'$$

$$'2.62 * (300 - t_3) + .6876 * (t_2 - t_3) + .236 * (t_6 - t_3) = 0'$$

$$'(.236) * (t_1 - t_4) + (.9167) * (t_5 - t_4) + (.33) * (t_7 - t_4) = 0'$$

$$'(.4712) * (t_2 - t_5) + (.9167) * (t_6 - t_5) + (.6597) * (t_8 - t_5) + (.9167) * (t_4 - t_5) = 0'$$

$$'(.236) * (t_3 - t_6) + (.9167) * (t_5 - t_6) + (.33) * (t_9 - t_6) = 0'$$

$$'(.33) * (t_4 - t_7) + (.3438) * (t_8 - t_7) + 183.26 = 0'$$

$$'(.6597) * (t_5 - t_8) + (.3438) * (t_9 - t_8) + (.3438) * (t_7 - t_8) + 366.52 = 0'$$

$$'(.33) * (t_6 - t_9) + (.3438) * (t_8 - t_9) + 183.26 = 0'$$

حال باید مقادلات فوق را حل کنیم تا دمای مد نظر به دست آید ، برای حل دستگاه چند معادله و چند مجهولی روش های متفاوتی وجود دارد از روش گوس - سایدن و روش معکوس ماتریس ضرایب و... که با تشکیل ماتریس آن و حل آن جواب ها بدست می آیند

اما مادر اینجا می خواهیم از روشی متفاوت با آنچه تا کنون استفاده می شد بهره گیریم که تعداد خطوط برنامه نویسی را به شدت کاهش می دهد و از روش های فوق راحت تر است در این روش در نما افزار متلب از دستور solve استفاده می کنیم

حل دستگاه چند معادله و چند مجهول با دستور solve در متلب

دستور solve در متلب، برای حل معادلات به کار می رود و چنانچه بخواهیم یک دستگاه چند معادله و چند مجهول را حل کنیم، باید معادلات را به دستور solve بدهیم تا این دستور، پاسخ دستگاه را محاسبه کند. به مثال زیر توجه کنید:

مثال

فرض کنید بخواهیم دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر را حل کنیم:

$$x+2y=7$$

$$x-y=1$$

برای این منظور، دو معادله را درون پرانتز دستور solve می نویسیم. هر معادله، باید درون دو علامت ' قرار بگیرد:

```
clear all
close all
clc
```

```
S=solve('x+2*y=7','x-y=1')
S=[S.x S.y]
```

دستور $S=solve('x+2*y=7','x-y=1')$ ، دستگاه دو معادله و دو مجهول را حل می کند و عبارت $S=[S.x S.y]$ نیز برای نمایش نتایج به دست آمده از حل دستگاه دو معادله و دو مجهول است.

نتیجه:

```
S =
  x: [1x1 sym]
  y: [1x1 sym]
```

```
S =
```

```
[ 3, 2]
```

مثال

فرض کنید بخواهیم دستگاه سه معادله و سه مجهول زیر را حل کنیم:

$$x+y+z=6$$

$$x-y^2+2z=7$$

$$x+y-z=0$$

می نویسیم:

```
clear all
close all
clc

S=solve('x+y+z=6','x-y^2+2*z=7','x+y-z=0')
S=[S.x S.y S.z]
```

نتیجه:

```
S =

x: [2x1 sym]
y: [2x1 sym]
z: [2x1 sym]
```

```
S =

[ 2, 1, 3]
[ 5, -2, 3]
```

مشاهده می کنید که دستگاه سه معادله و سه مجهول فوق، دارای دو سری پاسخ می باشد .

حل معادلات مسئله

حال معادلات مسئله را با استفاده از این دستور حل می کنیم در نتیجه داریم:

```
clear all
close all
clc

S=solve('2.62*(300-t1)+.6876*(t2-t1)+.236*(t4-t1)=0','5.234*(300-t2)+.6876*(t3-t2)+.4712*(t5-t2)+.6876*(t1-t2)=0','2.62*(300-t3)+.6876*(t2-t3)+.236*(t6-t3)=0','(.236)*(t1-t4)+(.9167)*(t5-t4)+(.33)*(t7-t4)=0','(.4712)*(t2-t5)+(.9167)*(t6-t5)+(.6597)*(t8-t5)+(.9167)*(t4-t5)=0','(.236)*(t3-t6)+(.9167)*(t5-t6)+(.33)*(t9-t6)=0','(.33)*(t4-t7)+(.3438)*(t8-t7)+183.26=0','(.6597)*(t5-t8)+(.3438)*(t9-t8)+(.3438)*(t7-t8)+366.52=0','(.33)*(t6-t9)+(.3438)*(t8-t9)+183.26=0')
S=[S.t1; S.t2; S.t3;S.t4; S.t5; S.t6; S.t7; S.t8; S.t9]
```

S =

```
369.99551326767530427429824500639
 369.9777436907492177307369499745
369.99551326767530427429824500639
1147.1161197185383309946971788228
1147.2253535277455067544459975948
1147.1161197185383309946971788228
1702.5716605958215318645529552238
1702.6889627758781237407961379241
1702.5716605958215318645529552238
```

که دمای این قطاع به شرح زیر به دست می آید:

T1=369.99551326767530427429824500639

T2= 369.9777436907492177307369499745

T3=369.99551326767530427429824500639

T4=1147.1161197185383309946971788228

T5= 1147.2253535277455067544459975948

T6= 1147.1161197185383309946971788228

T7=1702.5716605958215318645529552238

T8= 1702.6889627758781237407961379241

T9=1702.5716605958215318645529552238

رسم کانتور دما

برای رسم کانتور دما ابتدا باید فضایی دما را برای آن به دست آورده ایم را در متلب تعریف کنیم که در این جا قطاع استوانه ایست

به توجه شرایط مسئله دستور متلب برای شکل مورد نظر با در نظر گرفتن 3 نقطه به عنوان نقاط گره داریم:

```
rv = linspace(1,2,3);      % تعریف R
thv = linspace(-pi/4,pi/4,3); % تعریف زاویه
[r,th] = meshgrid(rv,thv);
y = r.*cos(th);           % تعریف Y برای نمودار
x = r.*sin(th);           % تعریف X برای نمودار
```

حال برای رسم کانتور دما در این نقاط می نویسیم:

***نکته:**

در مقدار دمای یک ماتریس 3 در 3 تعریف کردیم که مقادیر دماهای به دست آمده را به ترتیب زیر وارد می کنیم

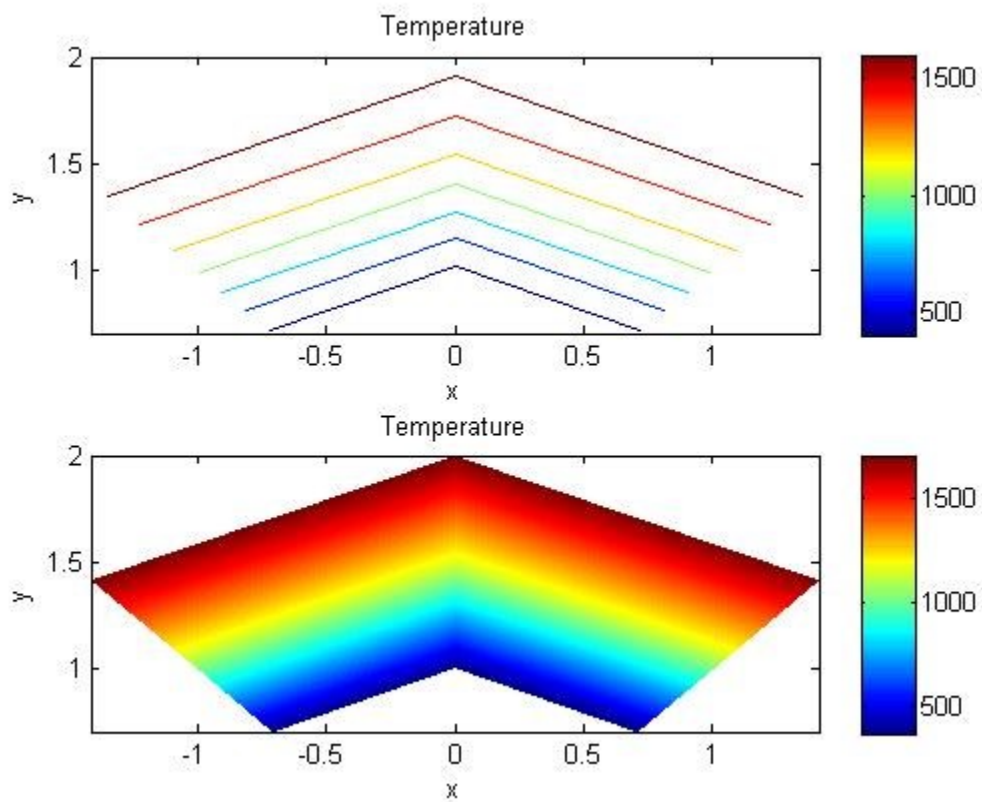
T=[t1,t4,t7;t2,t5,t8;t3,t6,t9]

در واقع مطابق شکل روی یک خط به سمت بالا حرکت می کنیم

```
T=[ 369.9955, 1147.116, 1702.57; 369.9955, 1147.116,
1702.57; 369.9955, 1147.116, 1702.57] مقدار دمی دما
```

```
subplot(2,1,1),contour(x,y,T),
title('Temperature'),xlabel('x'),ylabel('y'),colorbar
subplot(2,1,2),pcolor(x,y,T),shading interp,
title('Temperature'),xlabel('x'),ylabel('y'),colorbar
```

نتیجه به صورت زیر خواهد بود:



آزمون صحت محاسبات انجام شده

برای آن که بفهمیم که آیا محاسبات دمای انجام شده صحیح است یا خیر یک حجم کنترل کلی در نظر می گیریم جسم از بالا تحت تاثیر تشعشع و از پایین تحت تاثیر جابجاییست لذا داریم:

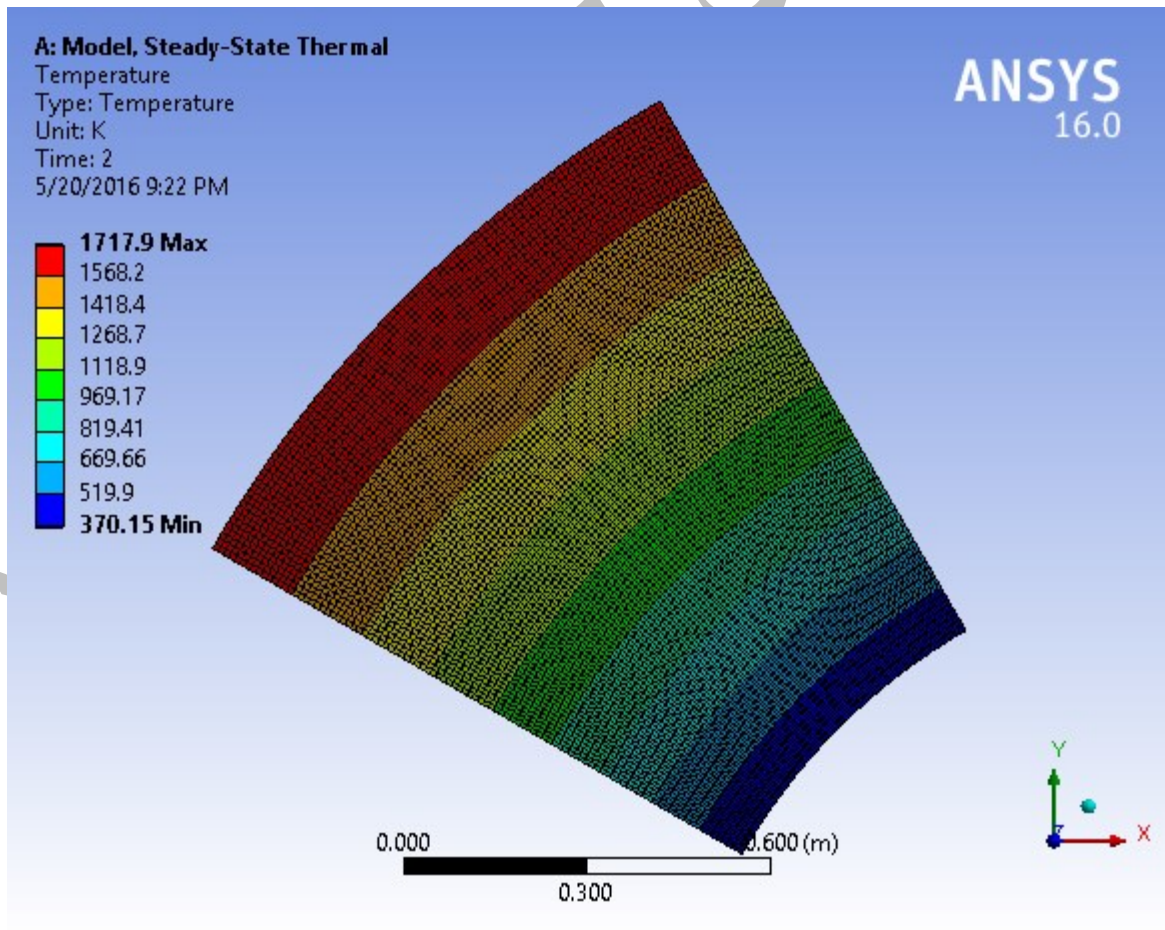
$$q_{rad} = q_{conv} \quad \rightarrow \quad q_{rad} = q'' * A = 700 * 2 * \frac{\pi}{6} = 732$$

$$q_{conv} = hA\Delta T = 20 * 1 * \frac{\pi}{6} * (370-300) = 732$$

برابر بودن مقادیر فوق نشان دهنده صحت محاسبات انجام شده است

آزمون صحت محاسبات انجام شده با نرم افزار انسیس 16.0

مسئله رادر انسیس نیز شبیه سازی می کنیم تعداد گره ها در انسیس 30401 در نظر گرفته شده است نتیجه به صورت زیر است



تهیه کننده:

حسن کشاورز

هر گونه انتشار مطالب بدون اجازه مؤلف ممنوع است

ارتباط با مؤلف:

H.Keshavarz@chmail.ir